
Rによる統計的検定と推定

3章 検定と推定の実践

内田 修 | 西沢 英子

この章で学ぶこと

実際に検定をする際の手順を学ぶ.
特にパラメトリック検定について.

基本統計量による方法の違い

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

1つの平均値

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

仮説

中間試験の点数よりも、
追試験で平均が上がったといえるか。

1つの平均値

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\mu = 50$, 対立仮説: $\mu > 50$

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) **t検定**を実施する

1つの平均値

- ❖ 標本統計量(平均, 分散)を計算する.
- ❖ t値と自由度を求めて, 確率分布を計算.
- ❖ p値を計算する.
- ❖ 算出したp値を有意水準と比較

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

自由度 = データ数 - 1

2つの平均値(等分散を仮定する)

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

仮説

同じクラスの人をグループA, グループBに分けて, それぞれのテストの点数に違いがあるといえるか.

2つの平均値(等分散を仮定する)

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\mu_A = \mu_B$, 対立仮説: $\mu_A \neq \mu_B$

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) **2サンプルのt検定**を実施する

2つの平均値(等分散を仮定する)

- ❖ 標本統計量を算出する.
- ❖ t値と自由度を求めて, 確率分布を計算.
- ❖ p値を計算する.
- ❖ 算出したp値を有意水準と比較

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{V \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}}$$

自由度 = Aのデータ数 + Bのデータ数 - 2

2つの平均値(等分散を仮定しない)

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

仮説

違う学校のグループA, グループBの間の
テスト点に違いがないこと.

2つの平均値(等分散を仮定しない)

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\mu_A = \mu_B$, 対立仮説: $\mu_A \neq \mu_B$

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) **ウェルチの検定***を実施する

*ウェルチの検定はt検定を行うコマンド **t.test()** のデフォルトとされている.

2つの平均値(等分散を仮定しない)

❖ t値

$$t = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{\left(\frac{V_A}{n_A} + \frac{V_B}{n_B}\right)}}$$

❖ 自由度

$$\text{自由度} = \frac{\left(\frac{V_A}{n_A} + \frac{V_B}{n_B}\right)^2}{\frac{V_A^2}{n_A^2(n_A - 1)} + \frac{V_B^2}{n_B^2(n_B - 1)}}$$

対応した2つの平均値

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

仮説

グループに体脂肪測定をする。
ヘルシアを2週間飲ませた後、
同じグループを測定して効果があったといえるか。

対応した2つの平均値

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\mu_A = \mu_B$, 対立仮説: $\mu_A > \mu_B$

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) 対応のあるt検定を実施する

対応した2つの平均値

❖ t値

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{V_d}{n}}}$$

ペア間の差の集合の平均

❖ 自由度

$$\text{自由度} = \text{ペアの数} - 1$$

2つの分散

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

仮説

Aグループ, Bグループにテストを実施して,
それらの分散は等しいか.

2つの分散

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\sigma_A = \sigma_B$, 対立仮説: $\sigma_A \neq \sigma_B$

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) **F検定***を実施する

❖ F検定

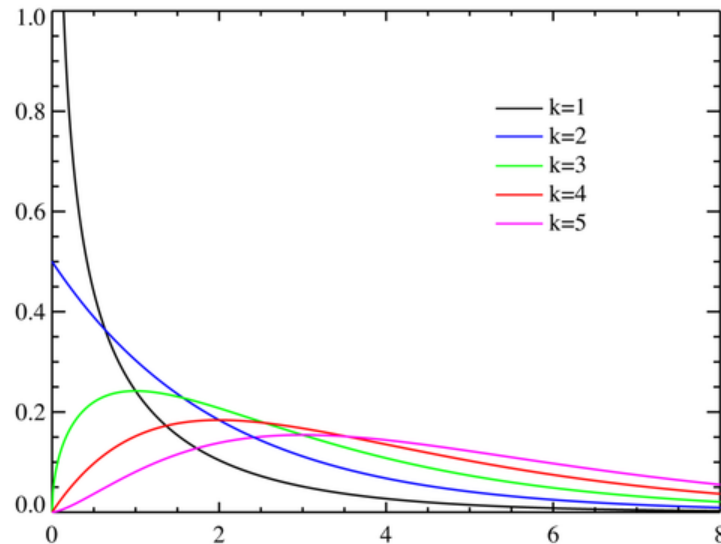
“カイ二乗分布に従う2つの変数の比はF分布に従う”

→ 分散の検定にピッタリ！

2つの分散

❖ カイ二乗分布

$$Z = \sum_{i=1}^k X_i^2$$



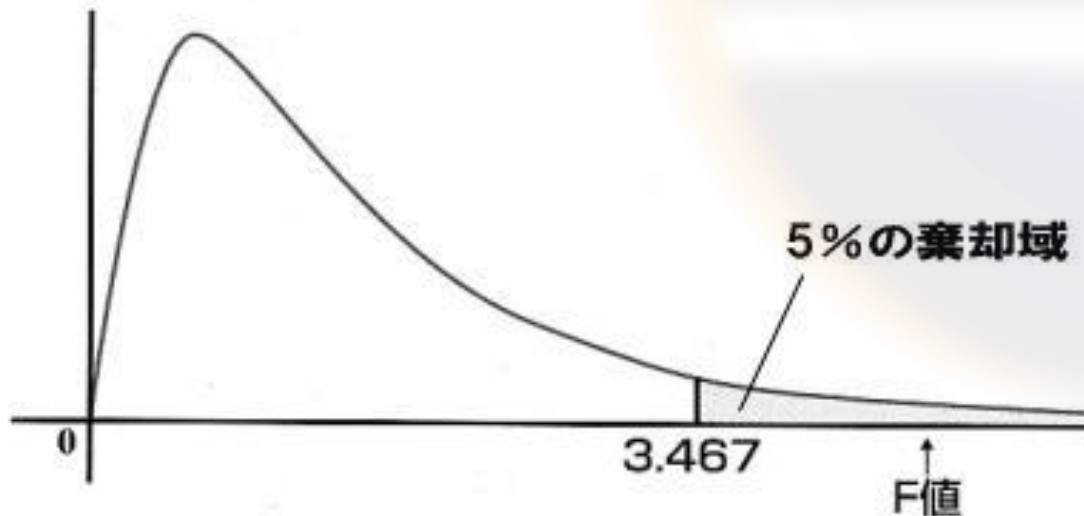
“独立に標準正規分布に従う(k 個の)確率変数 X をとる. このとき上の Z が従う分布”

- 推計統計学で最も広く利用される.
- 分散は独立した確率変数の自乗→この分布に従う.
- カイ二乗分布に従う2つの変数はF分布に従う.
- 分散の検定にはF分布を用いる

2つの分散

- ❖ F値
単純に分散の比をとるだけ.

$$F = \frac{V_A}{V_B}$$



3つ以上の分散

- ❖ 1つの平均値
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定する)
- ❖ 2つの平均値(等分散を仮定しない)
- ❖ 対応した2つの平均値
- ❖ 2つの分散
- ❖ 3つ以上の分散

3つのグループA,B,Cにテストを行い,
点数の分散が等しいといえるか.

3つ以上の分散

❖ 検定の準備

➤ 仮説を立てる

ex) 帰無仮説: $\sigma A = \sigma B = \sigma C$,

対立仮説: 少なくとも1つは異なる

➤ 有意水準を設定する

ex) $\alpha = 0.05$

➤ 使用する統計的手法の決定

ex) **バートレットによる分散の同一性の検定**を実施する

❖ バートレット検定

分散の均一性を

複数の群からなる標本について、
分散が各群とも等しいかどうか

3つ以上の分散

❖ バートレット検定

正規分布からの逸脱に対して敏感！

$$T = \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \ln \frac{\sum_{j=1}^k (n_j - 1) U_j}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)} - \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \ln U_j$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{j=1}^k \left(\frac{1}{n_j - 1} \right) - \frac{1}{\sum_{j=1}^k (n_j - 1)} \right)$$

$$\chi_0^2 = \frac{T}{C}$$

自由度 $k - 1$ のカイ二乗分布に従う。

まとめ

❖ 検定法のまとめ

- 平均の検定 ⇒ **t検定** [t.test()]
- 2つの分散の検定 ⇒ **F検定** [var.test()]
- 3つ以上の分散の検定 ⇒ **バートレット検定** [bartlett.test()]
- 正規分布に従わない場合 ⇒ **ルベーン検定**

❖ 式よりも条件と結果

- パラメトリックかノンパラメトリックか.
 - 推定したい統計量はどのような分布に従うのか.
 - その分布はどうやって検定するか.
-

参考文献

- ❖ F分布とはなにか -産業技術総合研究所
<https://staff.aist.go.jp/t.ihara/f.html>
 - ❖ F分布 -Wikipedia
<http://ja.wikipedia.org/wiki/F%E5%88%86%E5%B8%83>
 - ❖ バートレット検定 -Wikipedia
<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%90%E3%83%BC%E3%83%88%E3%83%AC%E3%83%83%E3%83%88%E6%A4%9C%E5%AE%9A>
 - ❖ カイ二乗分布
<http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/statistics/kai2.htm>
-