

統計学

検定とは

発表者：富田恭平

検定とは？

統計的仮説検定

確率をもとに結論を導く方法

最初に仮説を立て、実際に起った結果を確率的に検証し、
背理法を用いて結論を導く

cf. 背理法とは

最初に仮説を設定し、仮説が正しいとした条件で考えて矛盾が起こった場合に仮説が間違っていると判断する

検定の流れ

コインを用いた検定

- ・ 50%の確率で表が出る普通のコイン
- ・ 10%の確率でしか表が出ない不正なコイン

どちらも2枚ずつあり、普通のコインだとしてどちらかのコイン2枚組を渡されたとする

渡された2枚のコインを投げる試行を2回繰り返すと、
全て裏だった

渡された2枚のコインは普通のコイン？不正なコイン？

検定の流れ

1. 仮説を立てる

帰無仮説

検定の最初に立てる仮説のこと
この仮説を元に検定を行い結論を導く
 H_0 と書かれることがある

対立仮説

帰無仮説に対する仮説のこと
本来証明したい仮説
 H_1 と書かれることがある

帰無仮説 H_0 : 渡されたコインは普通のコインである

対立仮説 H_1 : 渡されたコインは不正なコインである

検定の流れ

2. 仮説を検定するための確率を求める

渡されたコインが普通のコインであった場合,
「2枚とも裏」が2回起こる確率は次のようになる

$$\left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right\}^2 = \frac{1}{16} = 0.0625 = 6.25\%$$

P値：帰無仮説が正しいと仮定したとき観測した事象よりも稀なことが起こる確率

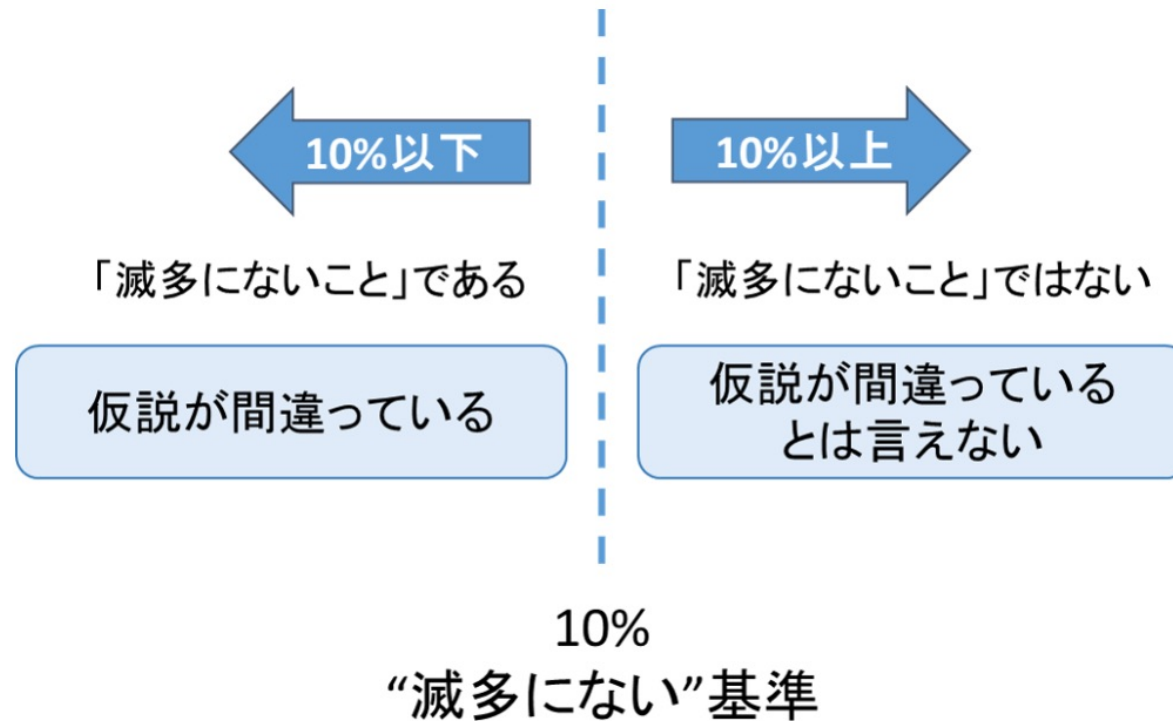
検定の流れ

2. 仮説を検定するための確率を求める



検定の流れ

3. 判断基準を元に結論を導く



検定の流れ

3. 判断基準を元に結論を導く

有意水準

α で表される

帰無仮説を棄却する基準

第1種の過誤 (帰無仮説が正しいのに棄却する) を犯す確率

検出力

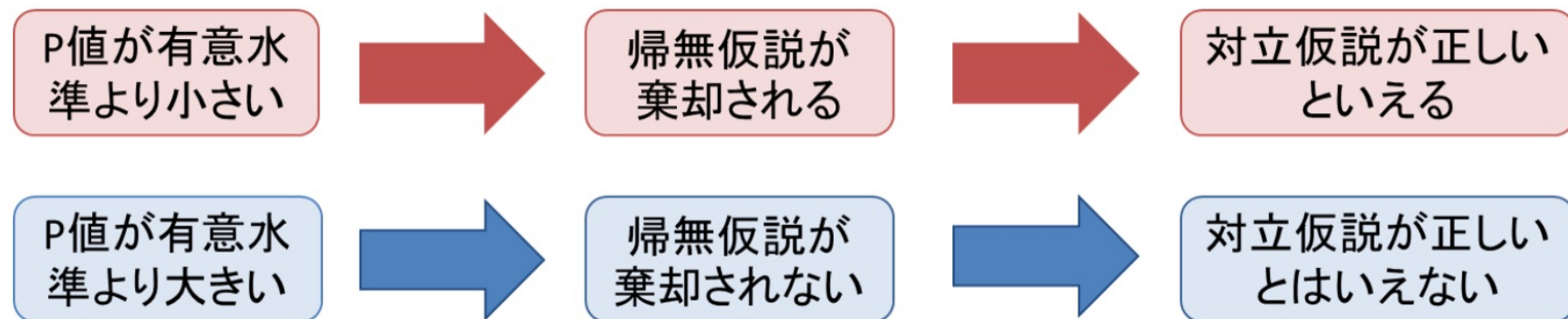
$1-\beta$ で表される

帰無仮説が正しくないときに、正しく帰無仮説を棄却する確率

β は第2種の過誤 (対立仮説が正しいのに採択されない) を犯す確率を示す

検定の流れ

3. 判断基準を元に結論を導く

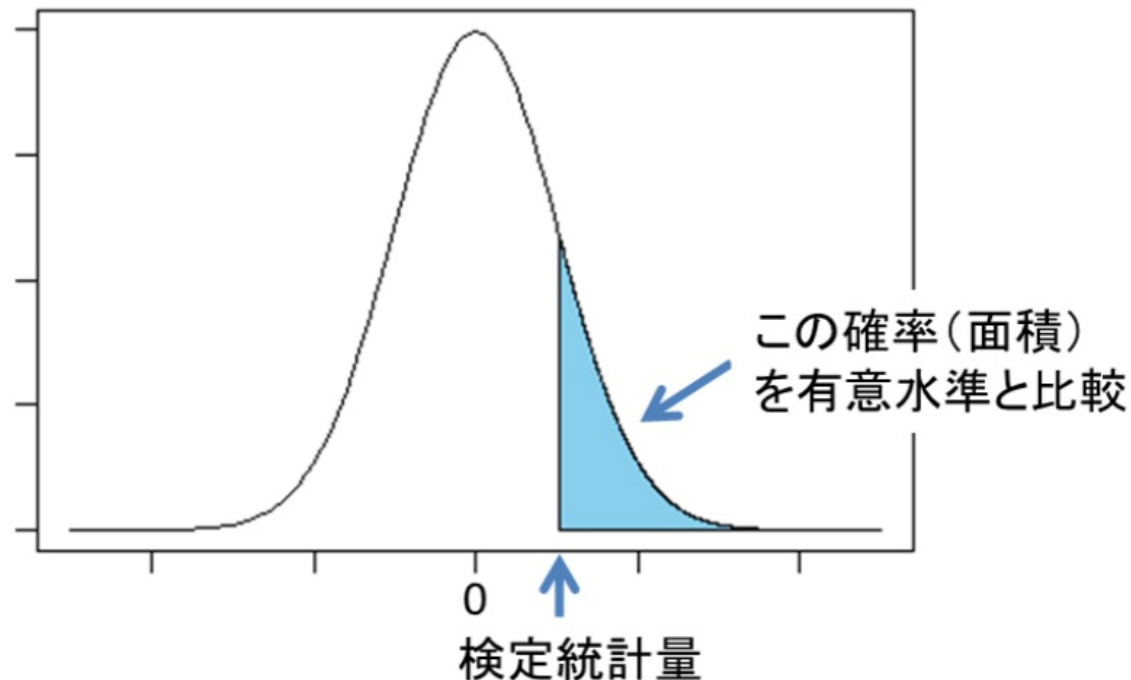


P値 > 有意水準の場合、帰無仮説は棄却されない
しかし帰無仮説が正しいと結論付けることはできない

検定統計量と棄却域・採択域

検定統計量

取りうる値がどの確率でその値となるのかがわからない場合
検定するための値, **検定統計量** (**統計量**) に変換



検定統計量と棄却域・採択域

統計量 z (= z 値)

平均が0，分散が1になるようにデータを標準化した値
標準正規分布に従う

標本平均を標準化した値は次の式から算出できる ($\bar{x}$ ：データの平均、 μ ：母平均、 σ^2 ：母分散、 n ：サンプルサイズ)

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

検定統計量と棄却域・採択域

統計量 t (= t 値)

統計量 t は自由度 $(n - 1)$ の t 分布に従うため、
自由度 $(n - 1)$ の t 分布を使う

t 検定 といい、母集団が正規分布することが前提条件

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (s^2 : \text{不偏分散})$$

検定統計量と棄却域・採択域

日本人男性100人をランダムに選び、身長を測定すると平均 $\bar{x} = 175$ 、不偏分散 $s^2 = 100$ となった

身長の分布は正規分布に従うとすると、日本人の男性の平均身長は180cmと言ってよいか

帰無仮説 H_0 : 日本人の男性の平均身長は180cmである

対立仮説 H_1 : 日本人の男性の平均身長は180cmではない

検定統計量と棄却域・採択域

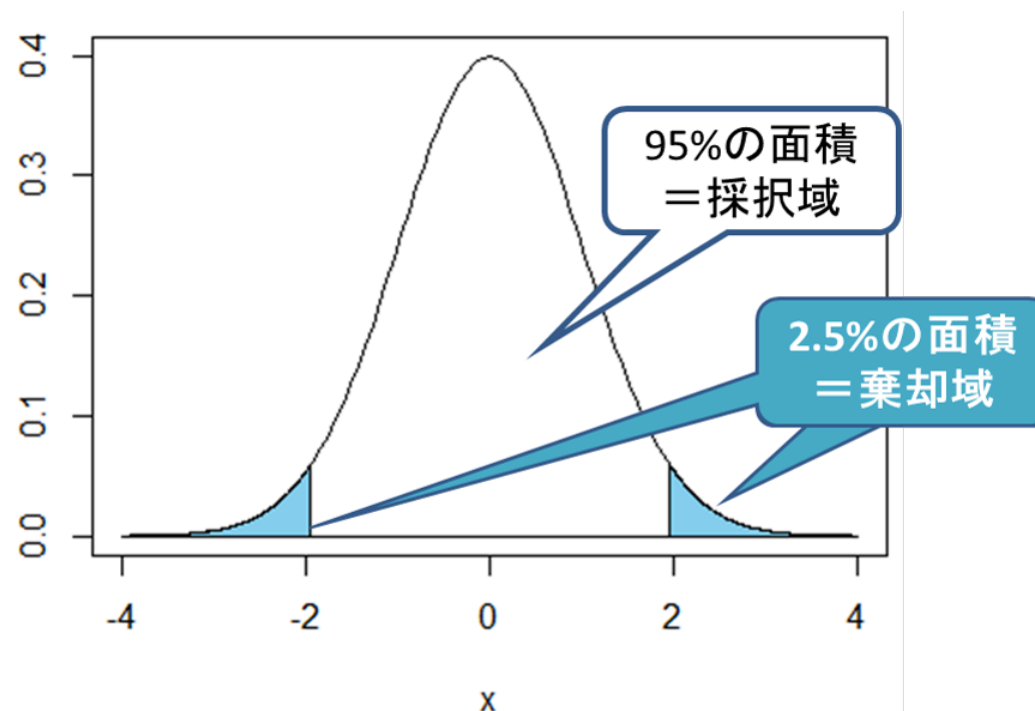
母分散はわからないため、統計量 **t** を求める

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{175 - 180}{\sqrt{\frac{100}{100}}} = -5$$

検定統計量と棄却域・採択域

有意水準5%で検定

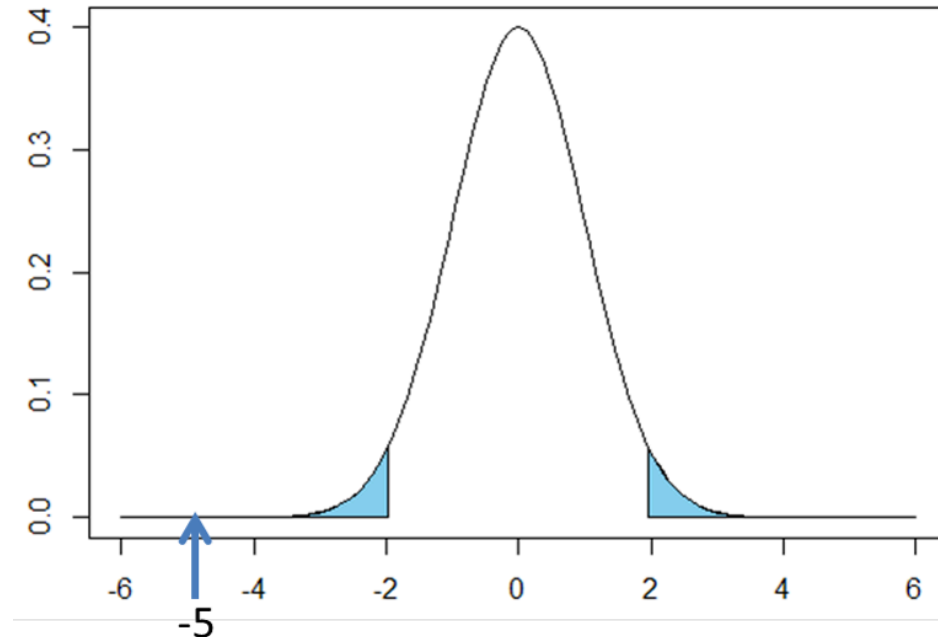
統計量 t が次の図の t 分布の水色部分に入る場合に
帰無仮説は棄却される



検定統計量と棄却域・採択域

有意水準 5 %では帰無仮説は棄却され、
対立仮説が採択される

日本人の男性の平均身長は180cmではないといえる



第1種の過誤と第2種の過誤

		真実	
		帰無仮説が正しい	対立仮説が正しい
検定の結果	帰無仮説を棄却しない (対立仮説が正しいとは言えない)	正しい	第2種の過誤(β)
	帰無仮説を棄却する (対立仮説が正しい)	第1種の過誤(α)	正しい($1 - \beta$)

第1種の過誤と第2種の過誤

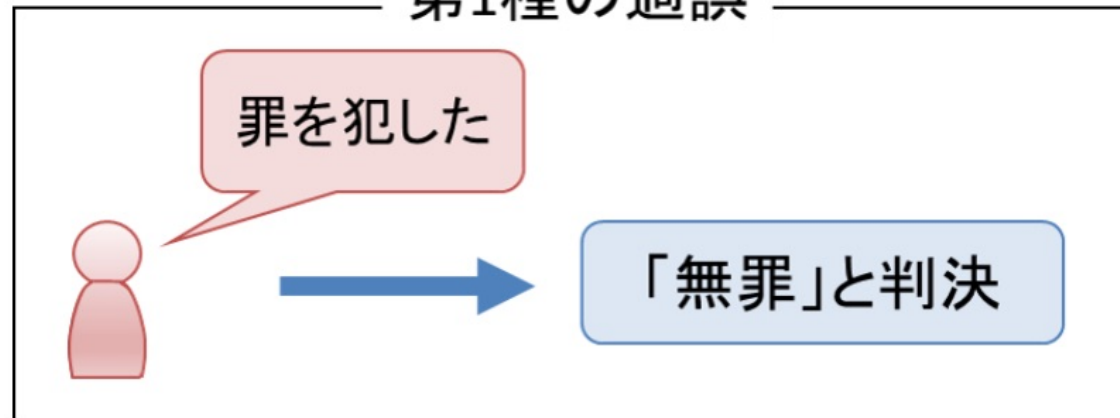
ある罪を犯した容疑者の裁判を例にする

帰無仮説 H_0 ：この容疑者は罪を犯した

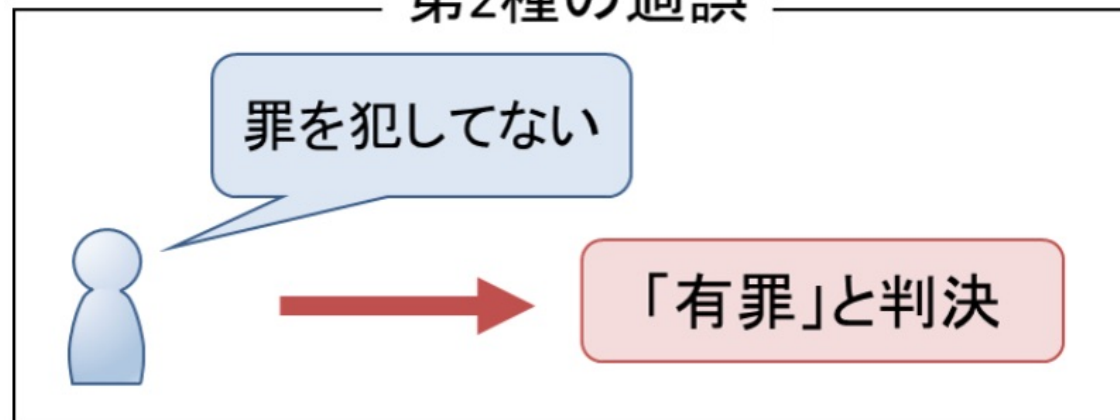
		真実	
		本当は有罪 (帰無仮説が正しい)	本当は無罪 (対立仮説が正しい)
裁判の結果	有罪と判決 (対立仮説が正しいとは言えない)	正しい	第2種の過誤(β)
	無罪と判決 (対立仮説が正しい)	第1種の過誤(α)	正しい($1 - \beta$)

第1種の過誤と第2種の過誤

第1種の過誤



第2種の過誤



第1種の過誤と第2種の過誤の例

防犯システムの場合

帰無仮説 H_0 ：泥棒が侵入したと判定され、
防犯システムが作動する

第1種の過誤：本当は泥棒が侵入したのに泥棒が侵入したと判定されず、防犯システムが作動しない

第2種の過誤：本当は泥棒が侵入していないのに泥棒が侵入したと判定され、防犯システムが作動する

第1種の過誤と第2種の過誤の例

新しい薬の効果の場合

帰無仮説 H_0 ：新しい薬は古い薬と同じくらいの効果がある

第1種の過誤：本当は新しい薬は古い薬と同じくらいの効果があるのに、同じくらいの効果はないと結論付けられる

第2種の過誤：本当は新しい薬は古い薬と同じくらいの効果はないのに、同じくらいの効果があると結論付けられる

両側検定と片側検定

薬Aに含まれるある成分Bについての分析を行う

薬Aの中からランダムに25粒とり成分Bを測定
(平均 $\bar{x} = 98\text{mg}$, 不偏分散 $s^2 = 1$)

帰無仮説 H_0 : 薬A中の成分Bの含有量は100mg

両側検定と片側検定

対立仮説は以下の3通りが考えられる

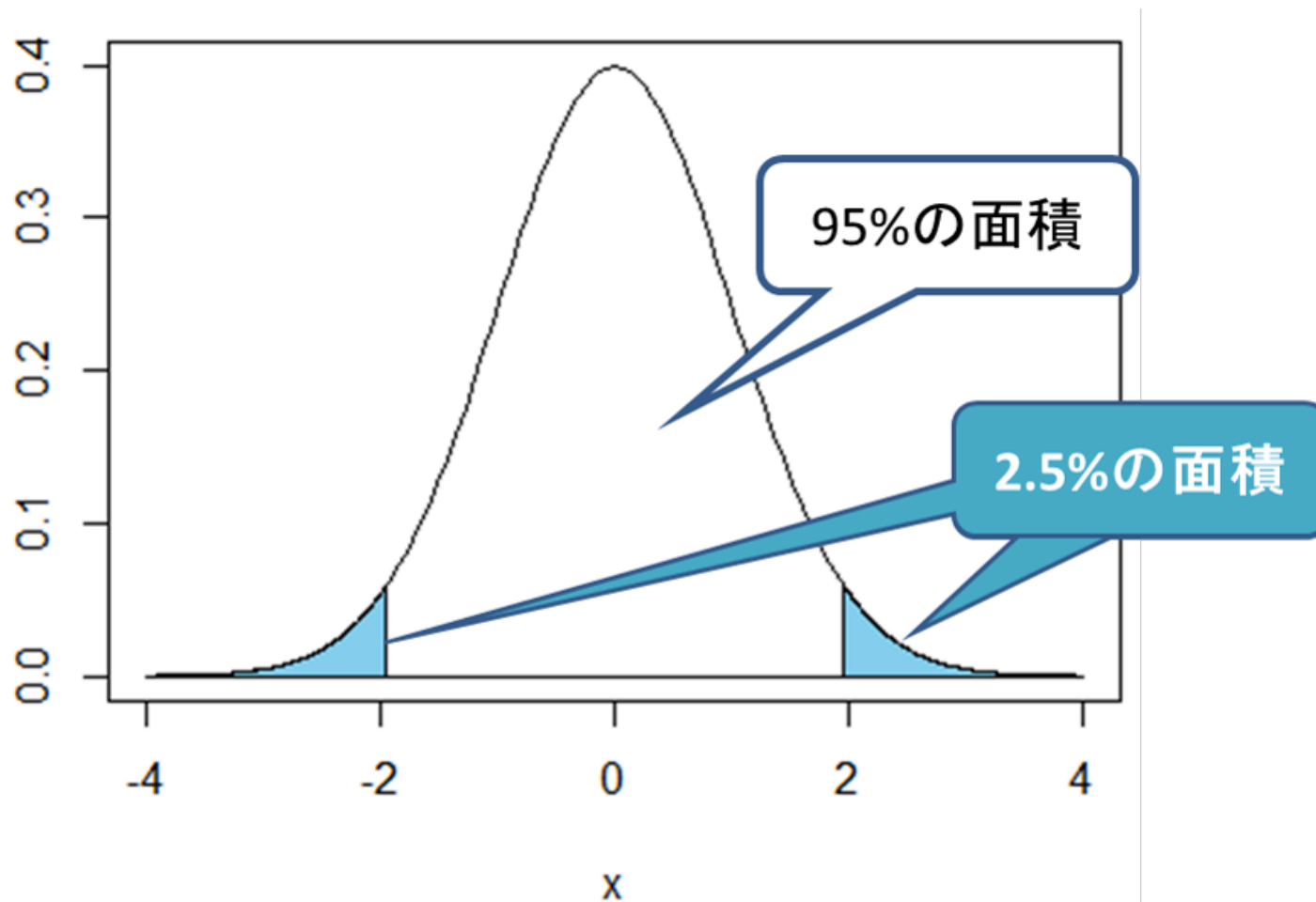
1. 薬A中の成分Bの含有量は100mgではない
2. 薬A中の成分Bの含有量は100mgより多い
3. 薬A中の成分Bの含有量は100mgより少ない

1 を両側検定, 2 と 3 を片側検定

両側検定と片側検定

1. 両側検定

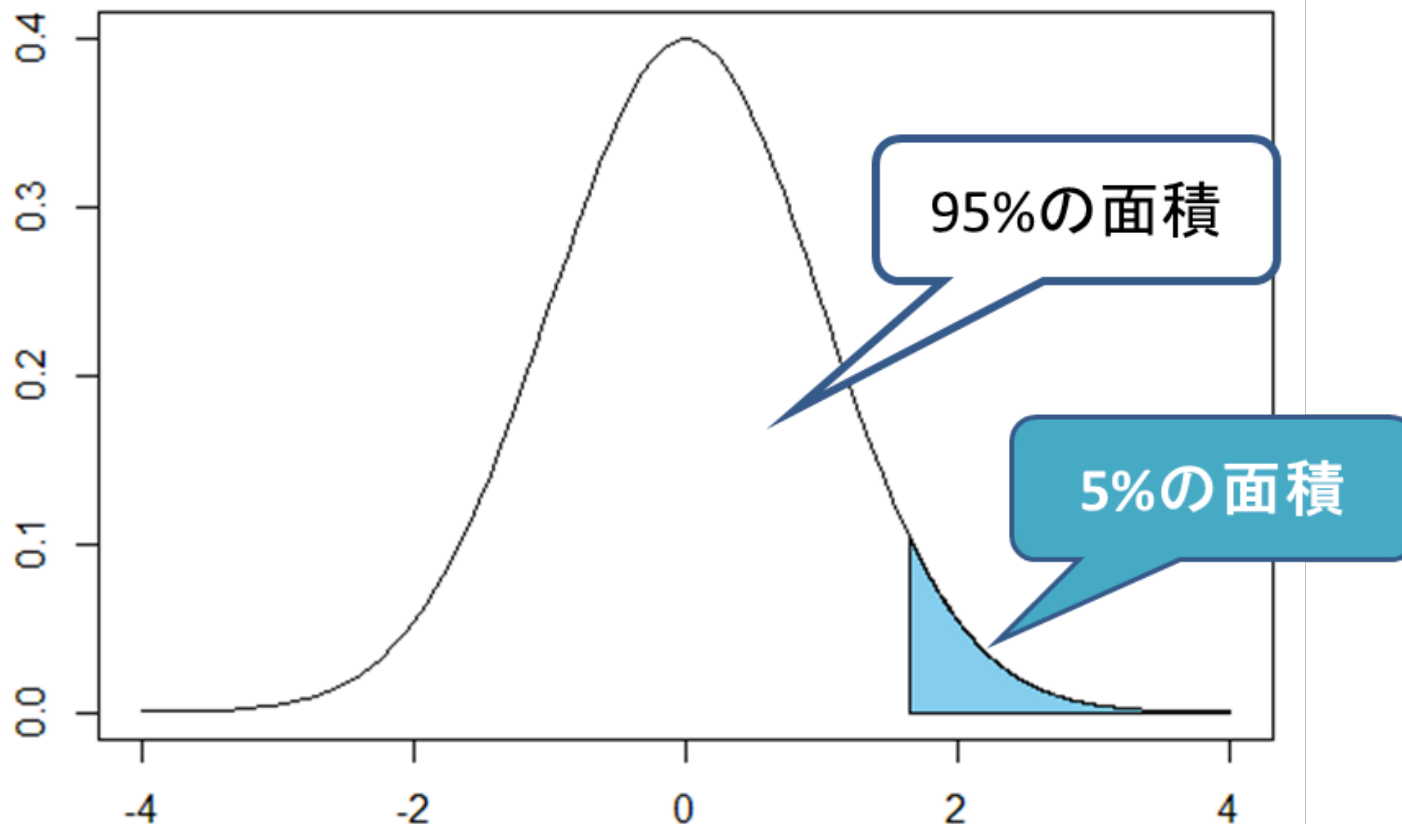
(対立仮説：薬A中の成分Bの含有量は100mgではない)



両側検定と片側検定

1. 片側検定の図

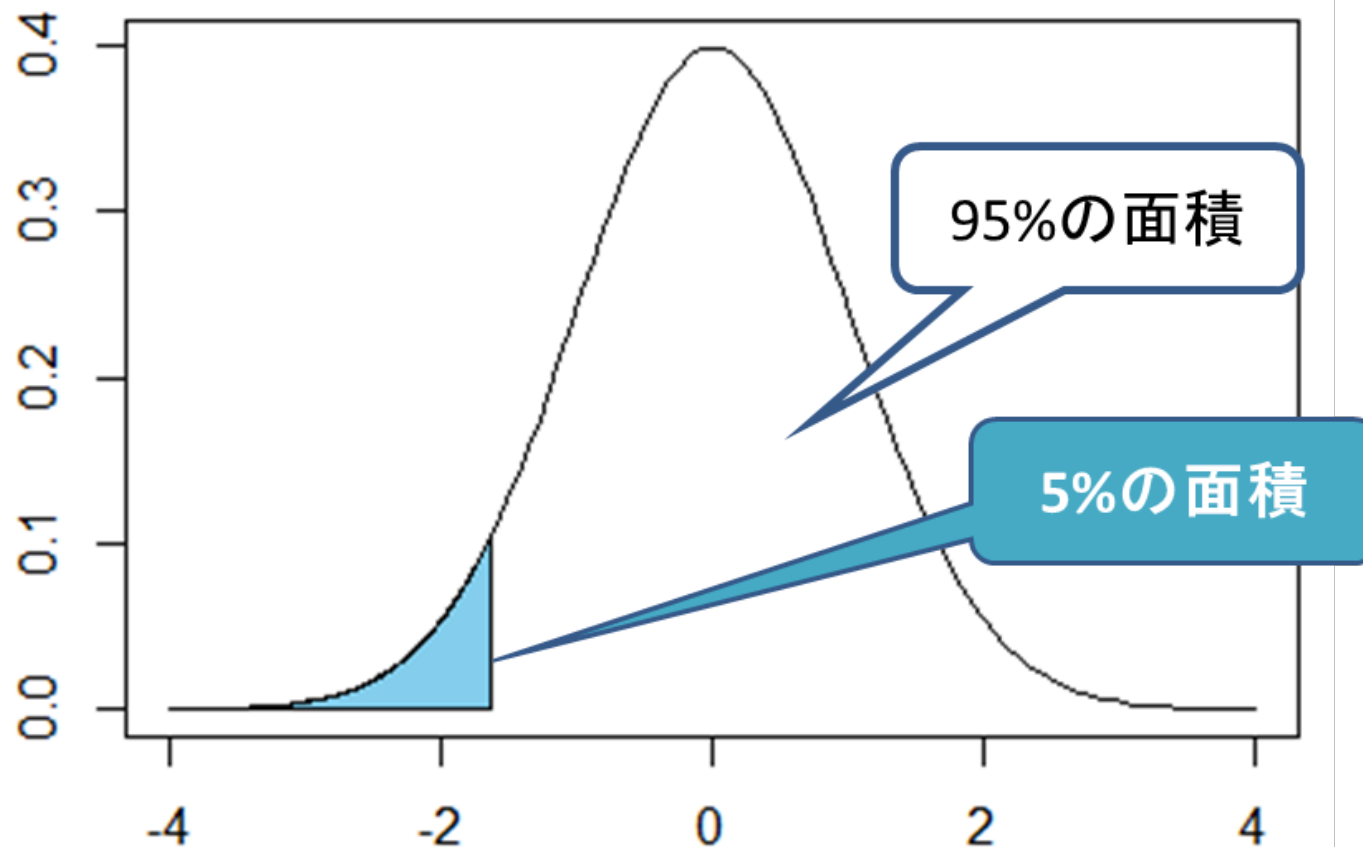
(対立仮説：薬A中の成分Bの含有量は100mgより多い)



両側検定と片側検定

1. 片側検定の図

(対立仮説：薬A中の成分Bの含有量は100mgより少ない)



両側検定か片側検定か

有意水準を 5 % とすると以下の図のようになる

事象の発生確率	両側検定	片側検定
1%	棄却される	棄却される
2%	棄却される	棄却される
3%	棄却されない	棄却される
4%	棄却されない	棄却される
5%	棄却されない	棄却されない
6%	棄却されない	棄却されない
⋮	⋮	⋮