

統計的仮説検定

60151039 東 裕之輔

資料

▶ 医薬研究者の視点からみた道具としての統計学 第8章「統計的仮説検定」

奥田千恵子 著



ありそうな仮説、ありそうでない仮説

母集団の特性を推定する推計統計学では、

- ▶ あらゆる可能性を仮説として提示し、あり得ないものを捨て、残ったものを正しいとする.

という論理的思考が用いられる.

- ▶ その仮説がありそうか否かを定量的に表し、検定する必要がある.



仮説検定の手順

1. 帰無仮説と対立仮説を設定する.
2. 片側検定か両側検定の区別, 有意水準を設定する.
3. 検定法を選び, 検定統計量を計算する.
4. 検定統計量が確率分布の棄却域に入っていたら, 対立仮説を採択する.



有意差検定

▶ 例題

- ▶ 健康な一般男性の赤血球数は $490 \pm 30 \times 10^4 / \mu\text{l}$
- ▶ 身近の成人男性10人の平均値は $470 \times 10^4 / \mu\text{l}$
- ▶ 一般男性の値と比べて差があるかどうか有意差検定を行う.



帰無仮説と対立仮説

- ▶ 帰無仮説・・・否定されるために持ち出される仮説である.
- ▶ 対立仮説・・・研究者が主張したい仮説である.
- ▶ 目的に応じて帰無仮説を立て、実際のデータがその仮説の下では、稀にしか起こらないようであれば対立仮説を採択する.



1, 2 仮説を立てて検定を決める

- ▶ **帰無仮説**: 標本平均と一般男性の母平均値と比べて差がない.
- ▶ **対立仮説**: 標本平均と一般男性の母平均と比べて差がある.
- ▶ 有意水準: 5% 両側検定
- ▶ 標本平均は正規分布に従うので,
- ▶ 正規分布での検定を行う.



3 検定統計量 (μ 値)の計算

- ▶ z値(正規分布の μ 値)
- ▶ $(\text{標本の値}-\text{母平均値}) \div (\text{母標準偏差}/\text{データ数})$
- ▶ 標本平均 = $470 \times 10^4 / \mu\text{l}$
- ▶ 母平均値 = $490 \times 10^4 / \mu\text{l}$
- ▶ 母標準偏差 = $30 \times 10^4 / \mu\text{l}$
- ▶ z値を計算した結果 $z = -2.108$ であった.



標準正規分布表



Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993

▶ 数字は全体を1とした時の $z=0$ から z までの面積を表す

4 棄却域に入っているか

- ▶ z値からグラフ片側の面積の割合は0.4821である.
- ▶ $0.5 - 0.4821 = 0.0179$
- ▶ 両側検定なので $0.0179 \times 2 = 0.036$ (P値)
- ▶ Z値が-2.108の時のP値は0.036
- ▶ つまり3.6%の確率で身近な男性は母集団の平均値に入るだろう.



4 棄却域に入っているか

- ▶ $P\text{値} < \text{有意水準}$ ならば対立仮説を採択.
- ▶ $P\text{値} > \text{有意水準}$ ならば帰無仮説を採択.

今回は

$0.036(P) < 0.05(\text{有意水準})$

であるので、**対立仮説**を採択. よって,

- ▶ 標本平均と一般男性の母平均と比べて差がある.



両側検定か片側検定か

▶ 両側検定

帰無仮説: AとBの間に差はない.

対立仮説: AとBの間に有意差がある. ($A < B$ or $B < A$)

▶ 片側検定

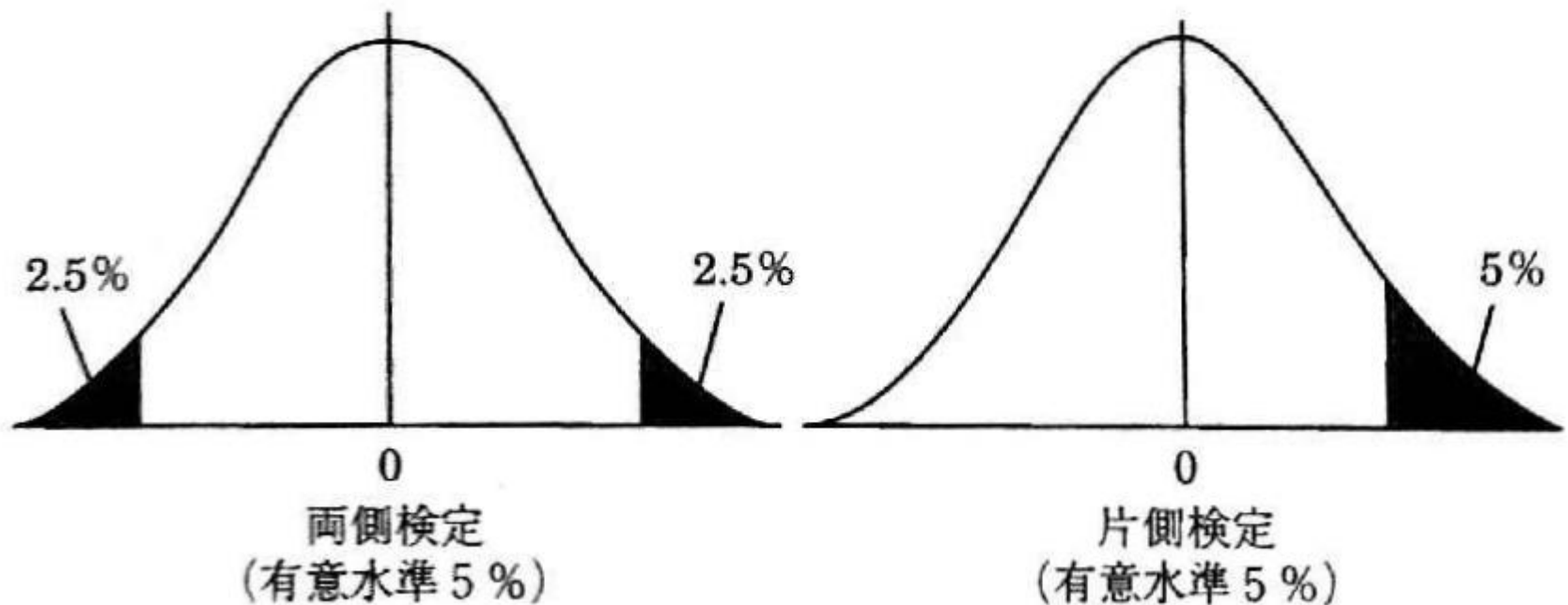
帰無仮説: AとBの間に差はない.

対立仮説: AはBより大きい. ($A > B$)



両側検定か片側検定か

- ▶ 両側検定なのか、片側検定なのか。事前に検定する前に、決めておかなければならない。
- ▶ 片側検定のほうが有意差が出やすい。



過誤率

- ▶ α 過誤率

- ▶ 帰無仮説が実際には真であるのに棄却してしまう確率.
- ▶ 有意水準と同じ意味.

- ▶ β 過誤率

- ▶ 対立仮説が実際には真であるのに帰無仮説を採用してしまう確率.



検出力

- ▶ 検査したい差を求める力を検出力といい, $1-\beta$ 過誤率で表される.
- ▶ つまり β 過誤率は差を求めることに失敗する確率ということでもある.



β 過誤率

- ▶ α 過誤率は前もって5%と設定できる.
- ▶ しかし β 過誤率は, 一定の α 過誤率と標本数の下ではデータにどの程度の差があるかによって変化する.
- ▶ つまり前もって決められないものである.



β過誤率

- ▶ 一般的に検出力80%, β過誤率は20%であるのがよいとされている.
- ▶ 主な検出力低下の原因は標本数不足である.
- ▶ 一定の検出力にするには適正な標本数を設定する必要がある.



t検定で比較する場合の標本数の算出

$$n = 2 \left(\frac{z(\alpha / 2) + z(\beta)}{d} \right)^2 + 1$$

- ▶ n: 標本数
- ▶ $z(\alpha/2)$: 標準正規分布の上側下側 $\alpha/2$ となるz値.
- ▶ $z(\beta)$: β 過誤率が標準正規分布の片側 β となるz値.
- ▶ d: (平均値の差÷標準偏差)



例題

- ▶ 2群の血圧の平均値の差が35mmHg, 標準偏差が50mmHgと予想される.
- ▶ α 過誤率が5% β 過誤率が10%でt検定を行う場合の標本数は各群何例ずつか?



例題

- ▶ $d = \text{平均値差} / \text{標準偏差} = 0.7$
- ▶ $Z(\alpha) = 1.96$
- ▶ $Z(\beta) = 1.282$

$$43.887 = 2 \left(\frac{1.96 + 1.28}{0.7} \right)^2 + 1$$

$$n = 43.887$$

各群44列, 両群で88例の標本数が必要である.



χ^2 検定で比較する場合の標本数の算出

- ▶ χ^2 分布で比較する場合でも, 新たに2群間の比率の差 $p_1 - p_2$ を設定すれば, 求めることができる.

$$n = \frac{\{z(\alpha / 2) + z(\beta)\}^2 \times \{p_1(1 - p_1) + p_2(1 - P_2)\}}{d^2}$$

まとめ

- ▶ 帰無仮説，対立仮説を立てて検定を行う.
- ▶ 有意差水準を設定し，検定統計量(z 値)が棄却域に入っているかどうかを調べて得られた結果が稀か否かを判断する.
- ▶ 十分な検出力が得られるように、必要最低限の標本数を前もって計算しておく.

