

推定・検定の応用

意味がわかる統計学

第1章 p.203~259

60216013

池内 未来

目次

- 推定の応用
- 検定の応用
- まとめ

推定の応用

様々な推定

- σ が既知のとき, μ を区間推定する
- σ が未知のとき, μ を区間推定する
- μ が既知のとき, σ を区間推定する
- μ が未知のとき, σ を区間推定する

区間推定の手順

- ① 母平均 μ , 母分散 σ^2 の母集団からとり出した標本の変量を $X_1, X_2, \dots, X_n$ として, $\mu, \sigma, X_1, X_2, \dots, X_n$ から統計量 T を作る
- ② 統計量 T の従う分布を特定する
- ③ 信頼係数95%の信頼区間を求め T についての不等式を立てる
- ④ $X_1, X_2, \dots, X_n$ に, 実際の値 $x_1, x_2, \dots, x_n$ を代入する
- ⑤ μ, σ などについて解く

例題

正規分布表に従う母集団からサンプルを5個とって変量を調べると、

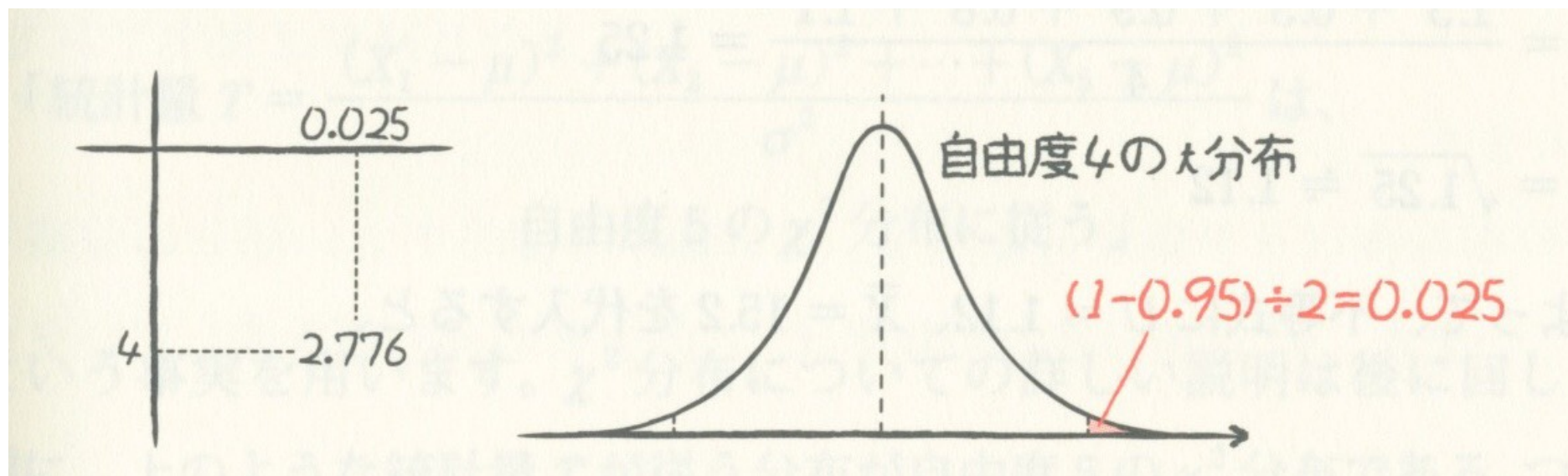
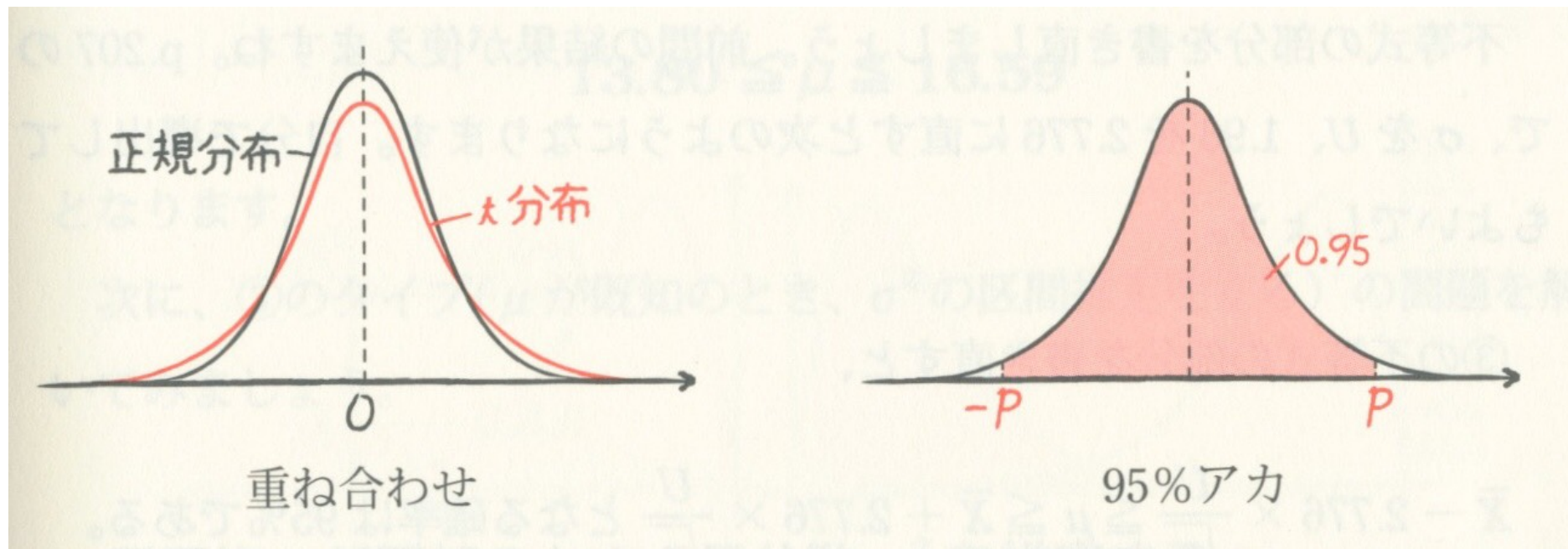
13.7 15.5 16.1 14.4 16.3

でした。このとき、信頼係数95%で母平均 μ を区間推定してください。

$$\textcircled{1} \quad T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}}$$

$$\textcircled{2} \quad T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} \text{ は、自由度 } n - 1 \text{ の } t \text{ 分布に従う。}$$

例題



例題

α r	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	636,578
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,600
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	2,182	4,541	5,841	12,924
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,768
24	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,689
28	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,660
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,290

例題

$$\textcircled{3} \quad -2.776 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{U}{\sqrt{n}}} \leq 2.776 \text{ となる確率は95\%である.}$$

$$\bar{X} - 2.776 \times \frac{U}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 2.776 \times \frac{U}{\sqrt{n}} \text{ となる確率は95\%である.}$$

$$U^2 = \frac{(13.7 - 15.2)^2 + (15.5 - 15.2)^2 + (16.1 - 15.2)^2 + (14.4 - 15.2)^2 + (16.3 - 15.2)^2}{5 - 1} = 1.25$$

$$U = \sqrt{1.25} \approx 1.12$$

例題

$$15.2 - 2.776 \times \frac{1.12}{\sqrt{5}} \leq \mu \leq 15.2 + 2.776 \times \frac{1.12}{\sqrt{5}}$$

$$13.80 \leq \mu \leq 16.59$$

信頼区間95%で母平均 μ を区間推定すると、信頼区間は、

$$13.80 \leq \mu \leq 16.59$$

検定の応用

様々な検定

- 母平均, 母分散の検定
- 2つの母集団に関する検定
- 母比率の検定

検定の手順

- ① 帰無仮説 H_0 ， 対立仮説 H_1 を立てる.
- ② 帰無仮説 H_0 が正しいとして， 標本の検定統計量 T (X や $\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ のこと) を計算する.
- ③ ②で得られた値が， 統計量 T が従う分布で棄却域にあるか否かを判定する.

棄却域にある→帰無仮説 H_0 は棄却される.

対立仮説 H_1 が採択される.

棄却域にない→帰無仮説 H_0 は採択される.

例題

生徒数120人の学校で、山が好きか、海が好きかのアンケートを取りました。
すると次のような結果になりました。

	山	海	計
男子	17	23	40
女子	13	67	80
計	30	90	120

男子と女子とで、山好き、海好きの傾向に差があるといえるでしょうか。有意水準5%で検定してください。

例題

	山	海	計
男子	17	23	40
女子	13	67	80
計	30	90	120

男子は全体の1/3, 女子は全体の2/3

山好きは全体の1/4, 海好きは3/4

男子40人のうち

山好きは10人, 海好きは30人

女子80人のうち

山好きは20人, 海好きは60人

実現値

	山	海
男子	17	23
女子	13	67

理論値

	山	海
男子	10	30
女子	20	60

例題

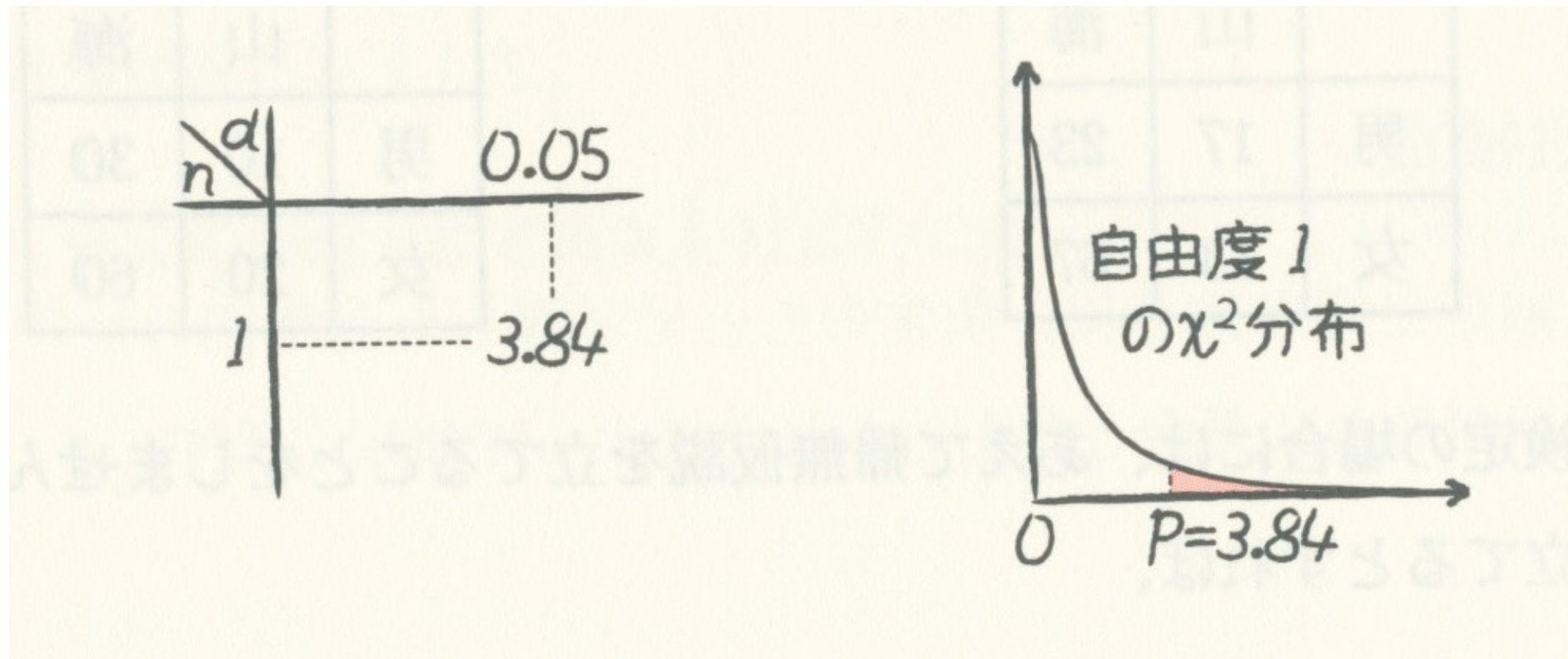
② この検定では統計量として

$$T = \frac{(\text{実現値} - \text{理論値})^2}{\text{理論値}} \text{ の総和}$$

を用います

$$T = \frac{(17 - 10)^2}{10} + \frac{(23 - 30)^2}{30} + \frac{(13 - 20)^2}{20} + \frac{(67 - 60)^2}{60}$$
$$\approx 9.79$$

例題



自由度m \ α	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01
1	0.00016	0.00098	0.0039	3.84	5.02	6.63
2	0.020	0.051	0.10	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09

例題

- ③ $T=9.79$ は $p=3.84$ より大きいので、帰無仮説は棄却される。
これにより、**有意水準5%で、**
「山好き、海好きは男女によって差がある」
ということがいえる。

まとめ

区間推定の手順

- ① 母平均 μ , 母分散 σ^2 の母集団からとり出した標本の変量を $X_1, X_2, \dots, X_n$ として, $\mu, \sigma, X_1, X_2, \dots, X_n$ から統計量 T を作る
- ② 統計量 T の従う分布を特定する
- ③ 信頼係数95%の信頼区間を求め T についての不等式を立てる
- ④ $X_1, X_2, \dots, X_n$ に, 実際の値 $x_1, x_2, \dots, x_n$ を代入する
- ⑤ μ, σ などについて解く

検定の手順

- ① 帰無仮説 H_0 ， 対立仮説 H_1 を立てる.
- ② 帰無仮説 H_0 が正しいとして， 標本の検定統計量 T (X や $\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ のこと) を計算する.
- ③ 2.で得られた値が， 統計量 T が従う分布で棄却域にあるか否かを判定する.

棄却域にある→帰無仮説 H_0 は棄却される.

対立仮説 H_1 が採択される.

棄却域にない→帰無仮説 H_0 は採択される.