

応用数学 (1-1-2)

p39~45

頻出度



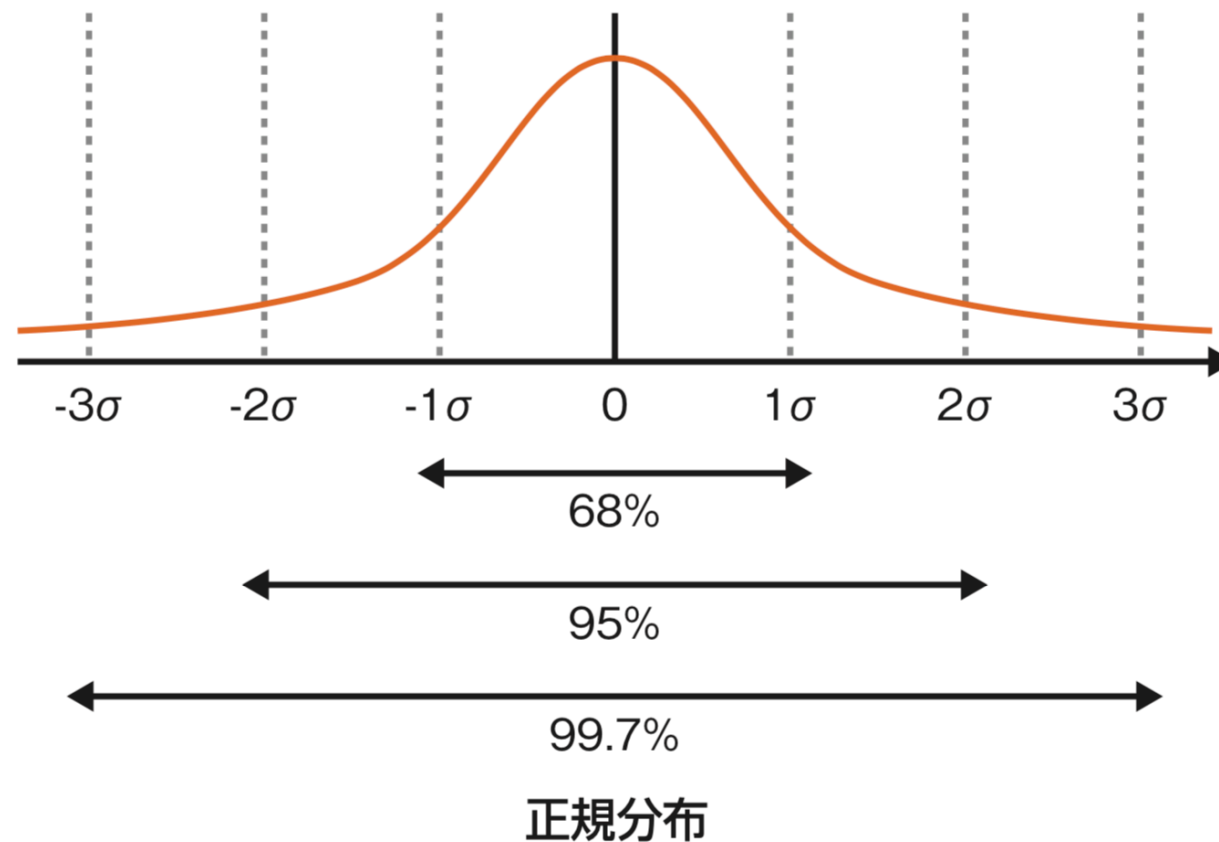
紹介者：福井

応用数学の出題範囲

- 確率統計，微分積分，指数対数など高校数学の範囲が出題範囲
- 出題は1問程度（試験ではそこまで重要じゃないかも）

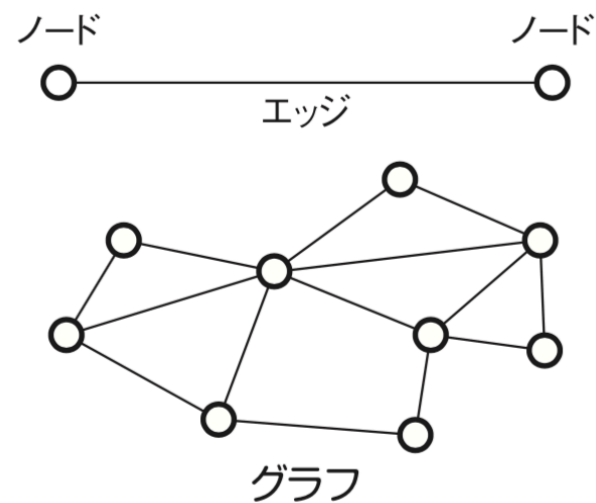
統計

- 正規分布
 - 繰り返し実行した場合，独立した事象であれば正規分布に従う
- 標準偏差 (σ)
 - データのばらつきを表す指標

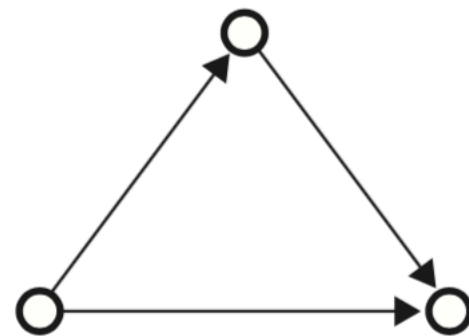


グラフ理論

- グラフ
 - ノード（節点） ・ エッジ（枝，辺）

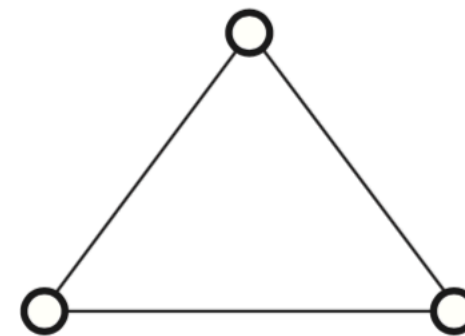


- 有向グラフ ・ 無向グラフ



有向グラフ

矢印の方向のみいける

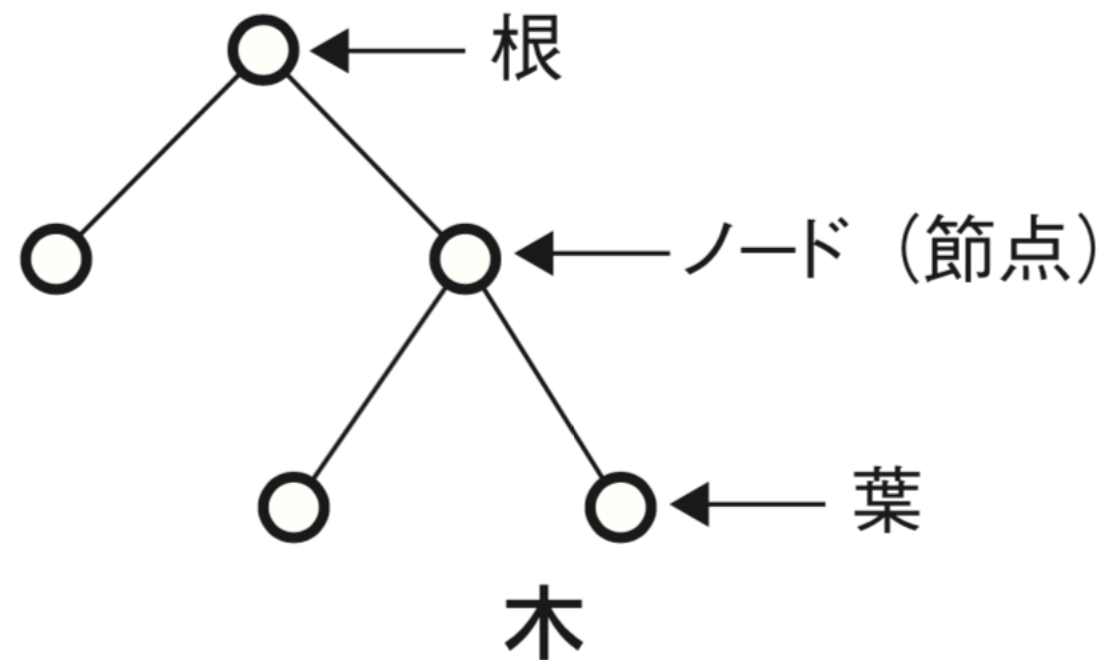


無向グラフ

どこからでも行ける

グラフ理論

- 木
 - 閉路（ループ）を持たないグラフ構造



待ち行列理論(M/M/1)

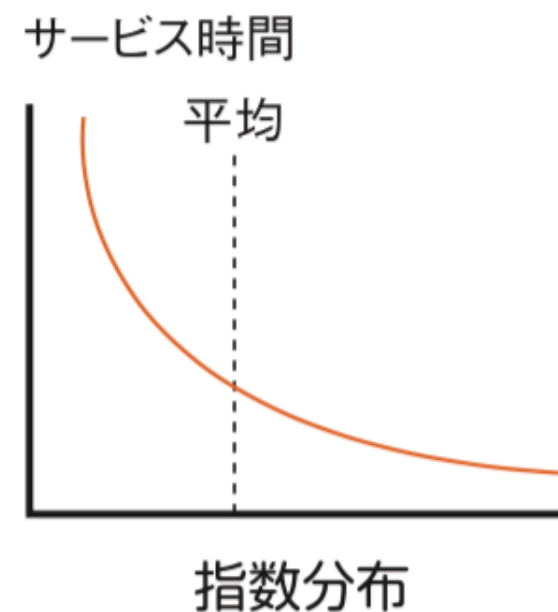
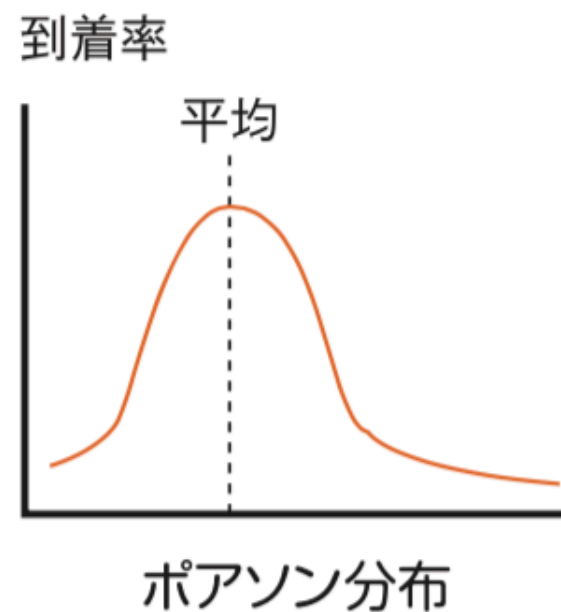
- ある列に並ぶとき、平均でどれだけ待たされるかを統計学的に求める理論
- 3つの要素が待ち時間に影響を与える
 - 到着率：どれくらいの頻度でやってくるか
 - サービス時間：実作業にどれくらい時間がかかるか
 - 窓口の数：1つの列に対して窓口がいくつあるか



待ち行列のモデル

待ち行列理論(M/M/1)

- 到着率はポアソン分布に従う
- サービス時間は指数分布に従う
 - ポアソン分布が単位時間当たりの生起確率を示し、指数分布は生起期間の確率を示す



生起確率が高ければ

待ち時間の計算

- M/M/1 の場合

$$\text{利用率 } \rho = \frac{\text{仕事をしている時間}}{\text{全体の時間}} = \frac{\text{平均サービス時間}}{\text{平均到着間隔}}$$

$$\text{平均待ち時間} = \frac{\rho}{1 - \rho} \times \text{平均サービス時間}$$

$$\begin{aligned} \text{平均応答時間} &= \text{平均待ち時間} + \text{平均サービス時間} \\ &= \frac{1}{1 - \rho} \times \text{平均サービス時間} \end{aligned}$$

過去問1

Z社は、利用者が希望する映画のタイトル、あらすじ、上映館、上映期間などの映画情報を表示する情報提供サービスを行っており、平均待ち時間の目標値を40ミリ秒以下としている。このサービスに使用する情報提供システムの現在のシステム構成を図1に示す。

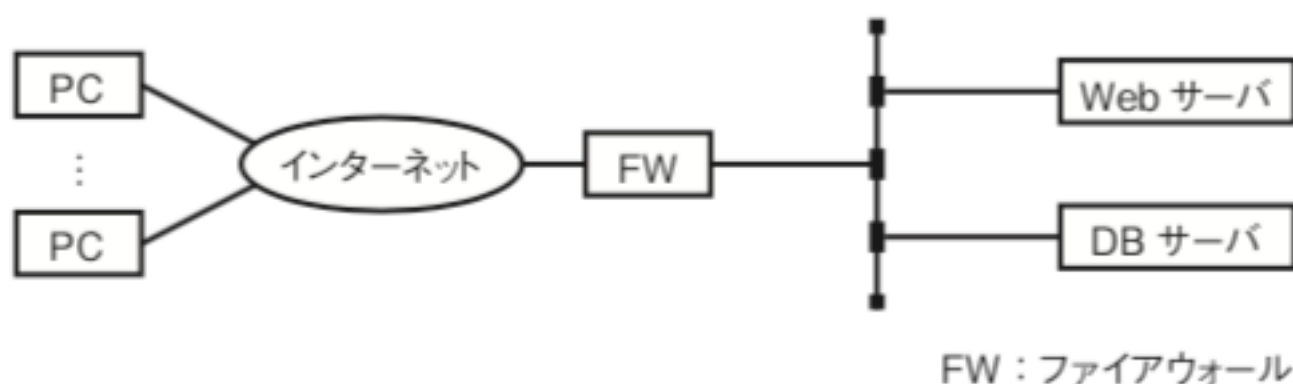


図1 現在のシステム構成

Webサーバとデータベースサーバ(以下、DBサーバという)を一体のシステムとして、現在のシステムの状況を調査したところ、1分当たりのアクセス数は平均600件、1アクセス当たりの平均処理時間 T_p は40ミリ秒であった。また、アクセス頻度はおおむね a 分布に、処理時間はおおむね b 分布に従っていたので、M/M/1の待ち行列モデルによって評価することにした。

設問1 現在のZ社の情報提供システムについて、本文中の a , b に入れる適切な字句を答えよ。

設問2 現在のZ社の情報提供システムについて、(1)～(4)に答えよ。ただし、(1)は、整数で答えよ。(2)～(4)は、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めよ。

- (1) 平均到着時間間隔 T_r (ミリ秒)を求めよ。
- (2) 利用率 ρ を求めよ。
- (3) 平均待ち時間 T_w (ミリ秒)を求めよ。
- (4) 平均応答時間 T_s (ミリ秒)を求めよ。

(平成22年春 応用情報技術者試験 午後 問4抜粋)

解答1

設問1

アクセス頻度は、M/M/1モデルでの最初のM、つまり到着率に該当するので、ポアソン分布に従います。処理時間は、2番目のM、つまりサービス時間に該当するので、指数分布に従います。

設問2

(1)

平均到着時間間隔 T_r を求めます。1分当たりのアクセス数は平均600件なので、何ミリ秒に1回アクセスがあるかという平均到着

時間間隔 T_r は次のようになります。

$$T_r = \frac{\text{時間}}{\text{件数}} = \frac{1[\text{分}] \times 60[\text{秒}] \times 1000[\text{ミリ秒}]}{600[\text{件}]} = 100[\text{ミリ秒}]$$

(2)

利用率 ρ を求めます。利用率とは、サーバがどれくらいの割合で利用されているかという確率です。平均到着時間間隔 $T_r = 100$ [ミリ秒] で、平均サービス時間 $T_p = 40$ [ミリ秒] なので、利用率 ρ は次のようになります。

$$\rho = \frac{\text{仕事をしている時間}}{\text{全体の時間}} = \frac{T_p}{T_r} = \frac{40}{100} = 0.4$$

(3)

平均待ち時間 T_w (ミリ秒) を求めます。M/M/1モデルの場合の平均待ち時間の待ち行列の式を適用します。

$$\begin{aligned} \text{平均待ち時間 } T_w &= \frac{\rho}{1 - \rho} \times \text{平均サービス時間 } T_p \\ &= \frac{0.4}{1 - 0.4} \times 40 = 26.66\cdots \approx 26.7 [\text{ミリ秒}] \end{aligned}$$

小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めます。

(4)

平均応答時間を求めます。M/M/1モデルの平均応答時間の待ち行列の式を適用します。

$$\begin{aligned} \text{平均応答時間 } T_s &= \frac{1}{1 - \rho} \times \text{平均サービス時間 } T_p \\ &= \frac{1}{1 - 0.4} \times 40 = 66.66\cdots \approx 66.7 [\text{ミリ秒}] \end{aligned}$$

小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めます。

《 解答 》

設問1 a:ポアソン, b:指数

設問2 (1)100, (2)0.4, (3)26.7, (4)66.7

過去問2

相関係数に関する記述のうち、適切なものはどれか。

- ア すべての標本点が正の傾きをもつ直線上にあるときは、相関係数が+1になる。
- イ 変量間の関係が線形のときは、相関係数が0になる。
- ウ 変量間の関係が非線形のときは、相関係数が負になる。
- エ 無相関のときは、相関係数が-1になる。

(平成23年特別 応用情報技術者試験 午前 問3)

解答2

解説

相関係数は -1 から $+1$ までの値をとり、完全に正の傾きをもつ直線上にすべての標本点があるときには $+1$ になります。したがって、アが正解です。

相関係数は線形の度合いを示す数字で、まったく無相関のときに 0 になります。また、相関係数は「いかに直線か」を示すものなので、非線形の場合には相関係数の値は意味がありません。同じ直線でも正の傾きをもつ直線の場合は $+1$ 、負の傾きをもつ場合には -1 となります。

《解答》ア
